

Отзыв

официального оппонента к.ф.-м.н., доцента Тынды Александра Николаевича на диссертационную работу Антипиной Екатерины Дмитриевны «Математическое моделирование нелинейных динамических систем с векторным входом в теплоэнергетике (численные методы, алгоритмы)», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Актуальность диссертационного исследования обусловлена необходимостью создания новых математических инструментов для решения сложных задач идентификации нелинейных динамических систем в условиях неполной априорной информации. Особую значимость приобретает разработка методов, позволяющих преодолеть принципиальные ограничения традиционных подходов, основанных на системах дифференциальных уравнений.

В условиях цифровизации энергетической отрасли возникает острая потребность в эффективных алгоритмах моделирования сложных теплоэнергетических объектов. Предлагаемый в работе подход, основанный на применении интегральных уравнений Вольтерра I рода, открывает новые возможности для решения задач идентификации и управления в условиях векторных входных сигналов.

Научная новизна диссертационного исследования заключается в разработке принципиально новых подходов к построению и идентификации математических моделей нелинейных динамических систем на основе модифицированного аппарата интегральных уравнений Вольтерра.

Основные **научные результаты**, определяющие новизну работы:

- Впервые исследованы новые классы интегральных уравнений Вольтерра I рода с переменными пределами интегрирования, возникающие в задачах идентификации нелинейных динамических систем теплоэнергетики.
- Для многомерных случаев разработаны вычислительные схемы на основе модификации метода шагов, позволяющие осуществлять идентификацию несимметричных ядер с учетом запаздывания измерений.
- Построены и теоретически обоснованы разностные схемы на основе методов средних прямоугольников и Product Integration. Для построенных схем доказаны теоремы о разрешимости соответствующих систем линейных алгебраических уравнений и исследована сходимость методов.

- Разработана вычислительная схема на основе метода типа Рунге-Кутты для численного решения многомерных интегральных уравнений Вольтерра.
- Впервые доказаны теоремы о разрешимости специальных классов систем интегральных уравнений Вольтерра I рода, возникающих в задаче восстановления векторных входных сигналов.
- Построен и верифицирован комплекс вычислительных алгоритмов, расширяющий функциональные возможности программно-вычислительных комплексов для моделирования нелинейной динамики энергетических объектов.

Теоретическая и практическая значимость работы.

Теоретическая значимость исследования заключается в развитии математического аппарата для моделирования нелинейных динамических систем с векторным входом. В работе получены следующие теоретические результаты:

- Развита теория интегральных уравнений Вольтерра I рода за счет исследования новых классов уравнений с переменными пределами интегрирования
- Разработаны и обоснованы новые вычислительные схемы на основе модифицированного метода шагов, методов средних прямоугольников и Product Integration
- Доказаны теоремы о разрешимости систем уравнений, возникающих при дискретизации задач идентификации ядер Вольтерра
- Создан теоретический базис для решения задач восстановления векторных входных сигналов в нелинейных динамических системах

Практическая значимость работы определяется:

- Разработкой программного комплекса, реализующего предложенные вычислительные алгоритмы для решения прикладных задач теплоэнергетики
- Созданием методики параметрической идентификации математических моделей теплоэнергетического оборудования
- Возможностью применения результатов работы для моделирования и оптимизации режимов работы реальных энергетических объектов
- Использованием разработанных методов в образовательном процессе при подготовке специалистов в области прикладной математики и энергетики

Результаты работы могут быть использованы научно-исследовательскими организациями, проектными институтами и энергетическими компаниями для

решения задач математического моделирования и оптимизации работы теплоэнергетического оборудования.

Структура диссертации логична и отражает последовательность решения поставленных задач. Работа состоит из введения, трех глав, заключения и приложений.

Введение содержит обоснование актуальности, постановку целей и задач, формулировку научной новизны и практической значимости.

Первая глава носит постановочный характер. В ней проведен анализ современных подходов к математическому моделированию нелинейных динамических систем, рассмотрены теоретические основы применения полиномов Вольтерра. Дана строгая математическая постановка задач идентификации ядер и восстановления входных сигналов.

Вторая глава содержит разработку и исследование вычислительных алгоритмов, включая методы решения многомерных интегральных уравнений Вольтерра I рода, разностные схемы на основе методов средних прямоугольников и Product Integration, доказательства теорем о разрешимости соответствующих систем уравнений и исследование сходимости разработанных методов.

Третья глава посвящена программной реализации алгоритмов и вычислительному эксперименту. Проведена верификация разработанных методов на тестовых примерах и данных теплоэнергетических объектов.

Заключение содержит основные результаты и выводы работы.

Приложения включают дополнительные материалы, подтверждающие достоверность результатов.

Объем и структура работы соответствуют поставленным задачам, изложение материала отличается системностью и логической завершенностью.

Автореферат диссертации полно и адекватно отражает основное содержание работы, структуру исследования и полученные научные результаты. В автореферате корректно представлены положения, выносимые на защиту, и выводы по работе.

Содержание диссертационной работы соответствует паспорту специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ по следующим пунктам:

Пункт 1. Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений (физико-математические науки).

Соответствие: Разработаны новые математические методы моделирования нелинейных динамических систем на основе уравнений Вольтерра I рода.

Пункт 2. Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий.

Соответствие: Разработаны и исследованы эффективные вычислительные методы решения многомерных интегральных уравнений Вольтерра.

Пункт 3. Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента.

Соответствие: Создан программный комплекс, реализующий разработанные численные методы и алгоритмы для решения задач моделирования в теплоэнергетике.

Основные результаты диссертационного исследования прошли апробацию на российских и международных научных конференциях. Теоретические положения и практические разработки представлены в 14 научных публикациях, включая статьи в рецензируемых журналах из перечня ВАК и работы в изданиях, индексируемых в международных базах данных. Научные результаты защищены свидетельствами о государственной регистрации программ для ЭВМ. Публикационная активность и апробация результатов соответствуют требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям.

Научные положения и выводы, сформулированные в диссертации, являются **обоснованными и достоверными**. Это подтверждается следующими факторами:

- Теоретические результаты получены с использованием строгого математического аппарата теории интегральных уравнений Вольтерра, функционального анализа и современных численных методов. Применение этих хорошо зарекомендовавших себя математических инструментов гарантирует корректность исходных предпосылок исследования.
- Разработанные алгоритмы и вычислительные схемы прошли всестороннюю проверку на тестовых примерах с известными решениями. Сравнительный анализ результатов вычислительных экспериментов с эталонными данными показал их хорошее соответствие.
- Практические рекомендации основаны на статистически значимом объеме вычислительных экспериментов, охватывающих различные режимы работы моделируемых энергетических объектов. Это обеспечивает репрезентативность полученных результатов.

- Программная реализация алгоритмов выполнена с соблюдением современных стандартов программной инженерии и прошла тестирование на различных наборах исходных данных.

Замечания и рекомендации к диссертационной работе.

1. Следует отметить, что работа оформлена весьма аккуратно. Было обнаружено лишь несколько опечаток в тексте (например, на страницах 87 и 88 диссертации). Кроме того, в разделе 2.2.2, посвященном восстановлению входных сигналов нелинейных систем интегральных уравнений, допущена опечатка в определении дискриминанта $Q_i = \left(\frac{p_i}{3}\right)^3 + \left(\frac{q_i}{2}\right)^2$ кубического уравнения, а также не указан способ выбора решения в случае трех вещественных корней (случай $Q_i < 0$).

2. В контексте дальнейшего развития математического аппарата представляет интерес рассмотрение возможности обобщения используемых аппроксимаций. Если в настоящее время работа опирается на кусочно-постоянные и кусочно-линейные функции, то естественным развитием исследований могло бы стать распространение результатов на случай кусочно-непрерывных функций. Такое обобщение потребовало бы привлечения дополнительного математического аппарата из теории функционального анализа и могло бы расширить область применимости разработанных методов.

Однако, эти замечания не снижают общей положительной оценки диссертационной работы. Рекомендации могут быть учтены автором при планировании дальнейших научных исследований в данном направлении.

Заключение. Проведенный анализ диссертационной работы Антипиной Екатерины Дмитриевны позволяет утверждать, что представленное исследование является завершенной научно-квалификационной работой, отвечающей требованиям п.п. 9-14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации № 842 от 24.09.2013 (с изменениями и дополнениями). Автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Автором решена актуальная научная задача в области математического моделирования нелинейных динамических систем. Полученные результаты обладают научной новизной, теоретической и практической значимостью. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Материалы исследования прошли необходимую апробацию в научных публикациях и на конференциях. Теоретические положения и выводы являются обоснованными и достоверными. Высказанные замечания носят рекомендательный характер и не влияют на общую положительную оценку работы.

Официальный оппонент

Кандидат физико-математических наук, доцент,
заведующий кафедрой «Высшая и прикладная математика»
ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ПГУ»)

«25» ноября 2025 г.



А.Н. Тында

Рабочий адрес: 440026, г. Пенза, ул. Красная, д. 40

Тел./факс: +7 (8412) 66-64-19

Web: <https://www.pnzgu.ru/>

E-mail: math@pnzgu.ru



Тында А.Н. заверяю

Секретарь Ученого Совета

О.С. Дорофеева